

EXERCISE C22

EJERCICIO C22

In the vector space of polynomials P_3 , determine if the set S is linearly independent or linearly dependent.

$$S = \langle 2 + x - 3x^2 - 8x^3, 1 + x + x^2 + 5x^3, 3 - 4x^2 - 7x^3 \rangle$$

en el espacio vectorial, formado por los polinomios P_3 , es decir de grado 3, determinar si el conjunto S , es linealmente dependiente, o linealmente independiente.

$$S = \langle 2 + x - 3x^2 - 8x^3, 1 + x + x^2 + 5x^3, 3 - 4x^2 - 7x^3 \rangle$$

SOLUTION:

SOLUCION:

Begin with a relation of linear dependence ([definition](#)),

Primero empezamos con una relacion de dependencia lineal,

$$a_1(2 + x - 3x^2 - 8x^3) + a_2(1 + x + x^2 + 5x^3) + a_3(3 - 4x^2 - 7x^3) = 0$$

Message according to the definitions of scalar multiplication and vector addition in the definition of P_3 ([example](#)) and use the zero vector in this vector space,

entonces se resuelve de acuerdo a la definicion de la multiplicacion por escalar, y la suma de vectores, definidas para P_3 , y usando el vector cero, entonces obtenemos el siguiente espacio vectorial:

$$(2a_1 + a_2 + 3a_3) + (a_1 + a_2)x + (-3a_1 + a_2 - 4a_3)x^2 + (-8a_1 + 5a_2 - 7a_3)x^3 = 0 + 0x + 0x^2 + 0x^3$$

The definition of the equality of polynomials allows us to deduce the following four equations,

La definicion de la igualdad en los polinomios, nos permite deducir las siguientes cuatro ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2a_1 + a_2 + 3a_3 &= 0 \\ a_1 + a_2 &= 0 \\ -3a_1 + a_2 - 4a_3 &= 0 \\ -8a_1 + 5a_2 - 7a_3 &= 0 \end{aligned}$$

Row-reducing the coefficient matrix of this homogeneous system leads to the unique solution $a_1 = a_2 = a_3 = 0$. So the only relation of linear dependence on S is the trivial one, and this is linear independence for S ([definition](#)).

la reduccion por filas de la matriz de coeficientes de este sistema homogeneo conduce a una unica solucion, $a_1 = a_2 = a_3 = 0$. entonces tenemos que la unica relacion de dependencia lineal en el espacio S , es la trivial, lo cual demuestra que S es linealmente independiente.

Row-reducing the coefficient matrix of this homogeneous system leads to the unique solution $a_1 = a_2 = a_3 = 0$. So the only relation of linear dependence on S is the trivial one, and this is linear independence for S ([acronymref](#)definitionLI).